Il campo elettrico

Teorema del rotore

- $\oint_\gamma \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{s} = \int dS\, \boldsymbol{n}\cdot(\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E})$ —>rotore
- Il segno di entrambi i termini è definito decidendo che l'integrale di circuitazione è fatto in verso antiorario
  - Le componenti uguali si annullano
- Teorema unificato
  - Il teorema del rotore, quello della divergenza, e quello del gradiente sono casi particolari di un teorema più generale

Pressione su cariche superficiali

- $\boldsymbol{F} = \sigma S(\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2)/2$

Densità di energia

- $U = \frac{1}{2}\int dq\ \varphi = \frac{\epsilon_0}{2}\int dV\ E^2 \quad \text{cioè} \quad u = \frac{dU}{dV} = \frac{\epsilon_0}{2}E^2$

  La formula va verso il considerare il campo elettrico come la vera quantità fisica, attribuendogli una densità di energia u

Maxwell

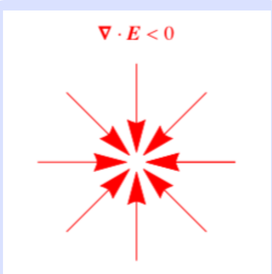
- PRIMA EQUAZIONE
  - $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E} = \rho/\epsilon_0$

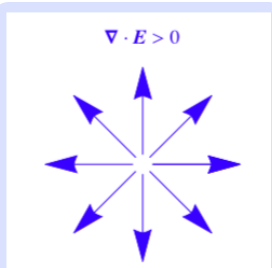
    Si ottiene combinando il teorema di Gauss con quello della divergenza
  - Dice (parzialmente) come una densità di carica ρ genera un campo elettrico **E**
  - Il fatto che sia venuta un'equazione differenziale significa che la fisica è locale
- SECONDA EQUAZIONE
  - Un qualunque campo di forza radiale F = qE è conservativo, ovvero non si ha lavoro su di un circuito chiuso. Questo risultato già noto può ora essere espresso in una forma nuova utilizzando il teorema del rotore, quindi:

    $\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E} = 0$
- ELETTROSTATICA
  - $\begin{cases} \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E} = \rho/\epsilon_0 \\ \boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \nabla^2\varphi = -\rho/\epsilon_0 \\ \boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\nabla}\varphi \end{cases}$
  - $\varphi(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int d^3r' \frac{\rho(\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} \Leftrightarrow \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int d^3r'\, \rho(\boldsymbol{r}')\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}.$

La divergenza

- $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$

  ∇ vettore ⇒ **∇**·**E**(**r**) è uno scalare detto divergenza
- La divergenza non cambia se uno ruota il sistema di coordinate
  - 

    Prelevare acqua
  - 

    Buttare acqua
- TEOREMA
  - $\int dS\ \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{E} = \int dV\ \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E}$

Flusso

- $\text{Flusso di } \boldsymbol{E} = \Phi_E \equiv \int_S dS\ \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{E}$

  flusso di un campo vettoriale **E**(x,t) attraverso una superficie S, dove **n** è la normale alla superficie
  - ORTOGONALE
    - ϕ=v·S⊥
  - ANGOLO Θ
    - In caso la superficie sia inclinata di un angolo Θ ⇒ ϕ=S'vcosΘ dove v=velocità
- CASO PEGGIORE: FLUSSO INFINITESIMO
  - $\Phi_v = \int dS\ \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{v},$

    dove **n** è il versore normale alla superficie dS
  - È la definizione generale

Teorema di Gauss

- Ci dice il flusso in una generica superficie chiusa
- $\Phi_E = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$
- PRIMA CONSEGUENZA
  - nessuna carica è in equilibrio elettrostatico (il flusso esterno è =0)
- ELETTROSTATICA IN d DIMENSIONI
Dimensioni	Analogo a	$E_r(r)$	$\varphi(r)$	r^2
1	Piano in 3d	$\sigma/2\epsilon_0$	$-\sigma\|r\|/2\epsilon_0$	x^2
2	Filo in 3d	$\lambda/2\pi r\epsilon_0$	$\lambda\ln(r)/2\pi\epsilon_0$	x^2+y^2
3	Carica in 3d	$Q/4\pi r^2\epsilon_0$	$Q/4\pi\epsilon_0 r$	$x^2+y^2+z^2$
d		$\propto 1/S_d \propto 1/r^{d-1}$	$\propto 1/r^{d-2}$	$\sum_{i=1}^d x_i^2$

    Perché $1/r^2$? La forza scala come l'inverso della superficie $S_3 = 4\pi r^2$.
    Questo consente di capire come sarebbe l'elettromagnetismo in dimensioni diverse:
    $S_2 = 2\pi r$ in 2 dimensioni o $S_1 = 2$ in 1 dimensione
  - d=3 è la dimensione speciale che consente una fisica non ovvia, in quanto:
    - Per d ≤ 2 il potenziale non è finito nel limite r → ∞ ⇒ non esistono 'cariche' libere.
    - Per d ≥ 4 non esistono orbite stabili: in ogni dimensione le orbite avvengono in un piano e sono calcolabili tramite il potenziale effettivo
      Per d ≥ 4: il moto collassa all'origine

Fissione e Fusione

- FUSIONE
  - nuclei piccoli che danno energia unendosi
- FISSIONE
  - dividendosi a metà liberano energia
- RAGGIO CLASSICO DELL'ELETTRONE
  - $r_e \equiv \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{m_e c^2} = 2.82\ 10^{-15}\text{m}.$
- MASSA DEI NUCLEI
  - $M = Zm_p + (A-Z)m_n + \frac{U}{c^2}.$

Il gradiente

- $\boldsymbol{\nabla} = \hat{\boldsymbol{x}}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\boldsymbol{y}}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{\boldsymbol{z}}\frac{\partial}{\partial z}$

  È sia vettore che operatore differenziale